JANUSZ GLUZA
Cieszyn — LO

Relikt w fizyce

pojęcie masy relatywistycznej

Artykuł poświęcony jest pojęciu masy w fizyce z punktu widzenia współczesnej fizyki. Mówiąc o fizyce współczesnej mam na myśli przede wszystkim fizykę cząstek elementarnych, w której pojęcia relatywistycznej fizyki (energia, pęd...) mają szczególne znaczenie. Okazuje się, że nie tylko w artykułach popularnonaukowych, ale także w przeważającej części podręczników fizyki pojęcie masy (i energii) nie jest należycie przedstawione. Wydaje mi się, że szczególnie teraz, w momencie wprowadzania programu minimum do szkół, gdzie cytuję „...atrakcyjne zagadnienia współczesnej fizyki czy astrofizyki muszą być z konieczności nauczane w szkołach w sposób popularnonaukowy i dobór ich w programie można pozostawić w większości inwencji twórców programu"[1]) ważne jest, aby trudne tematy (zahaczające nieraz o zagadnienia filozoficzne) przedstawiane były w sposób rzetelny. Artykuł ten oparty jest głównie na pracach Lva Okuna.

Nawet te osoby, które powierzchownie uczyły się fizyki kojarzą wzór $E = mc^2$ z Einsteinem, niektórzy dopowiedzą, że mówi on o równoważności masy i energii. Prawdopodobnie słyszały również o tym, że masa ciała rośnie wraz ze wzrostem prędkości $\boldsymbol{v}$ i masa ta (zwana relatywistyczną) wyraża się wzorem

$$m(v) = m_0\gamma = m_0 / \left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{1/2}.$$

W nowoczesnym ujęciu relatywistycznej fizyki istnieje jednak tylko jedna masa Newtona m, która nie zmienia się wraz z prędkością. Nie istnieje pojęcie masy relatywistycznej. Podobnie wzór $E = mc^2$ jako nieścisły należy zastąpić wzorem $E_0 = mc^2$. Masa relatywistyczna i słynny wzór $E = mc^2$ powinny znaleźć się w lamusie fizyki.

Niedawno w czasopiśmie „American Journal of Physics" ukazał się artykuł C. G. Adlera pt. „Czy masa naprawdę zależy od prędkości. Tato?" [1]. Pytanie to zadał autorowi syn po pierwszym dniu nauki uniwersyteckiej fizyki; odpowiedź autora brzmiała „Nie!, No cóż, tak... W rzeczywistości nie, ale nie mów tego swojemu nauczycielowi". Następnego dnia syn zarzucił naukę fizyki.

Dwa lata później w „Physics Today" znany fizyk Lev Okuń kończy artykuł dotyczący masy dramatycznym apelem: „Każdego roku miliony chłopców i dziewcząt na całym świecie uczy się szczególnej teorii względności (STW) w taki sposób, że zatracają sens tej teorii. Do głów toczy się im archaiczną i zagmatwaną notację. Jest naszym obowiązkiem — obowiązkiem profesjonalnych fizyków, by zatrzymać ten proces" [2]. Coraz częściej pojawiają się takie głosy wśród fizyków.

W artykule tym postaram się przedstawić obecne poglądy na masę w fizyce oraz argumenty przemawiające za odrzuceniem pewnych „przestarzałych" koncepcji fizyki relatywistycznej.

I. Zacznijmy od testu

Napiszmy cztery relacje:

$E_0 = mc^2$, (1) $\qquad E_0 = m_0c^2$, (3)

$E = mc^2$, (2) $\qquad E = m_0c^2$ (4)

gdzie: E_0 — energia spoczynkowa ciała, E — energia całkowita ciała, m_0 — masa spoczynkowa ciała, m — masa relatywistyczna ciała dana wzorem

$$m = m_0\gamma = m_0 / \left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{1/2}.$$

A oto pytania, na które należy odpowiedzieć w teście:

1) Która z powyższych relacji najnaturalniej wynika ze STW i najlepiej wyraża związek między masą i energią ciała?

2) Który ze związków był jako pierwszy napisany i rozważany przez Einsteina?

Prawidłową odpowiedź na te pytanie zawiera równanie (1), podczas gdy zdecydowana większość fizyków podaje jako odpowiedzi równania (2) lub (3). Nic dziwnego, w literaturze popularnonaukowej, podręcznikach szkolnych oraz większości podręczników akademickich (na całym świecie!) króluje związek $E = mc^2$. Każdy z tych wzorów kryje w sobie inną treść fizyczną. Ze związku (1) wynika, że masa ciała jest stała (niezależna od prędkości ciała) i wynosi

$$m = E_0/c^2, \tag{5}$$

natomiast związek (2) mówi" nam, że ciało w spoczynku ma „masę właściwą (spoczynkową)" m, natomiast, gdy ciało zwiększa swoją prędkość, wtedy rośnie jego energia, a tym samym jego masa

$$m = E/c^2. \tag{6}$$

II. Jak powinno się traktować masę — współczesny wykład teorii względności

A. Dwie podstawowe relacje teorii względności

W fizyce relatywistycznej związek między energią E i pędem $\boldsymbol{p}$ dla swobodnej cząstki o masie m poruszającej się z prędkością v opisują dwie relacje

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \tag{7}$$

$$\boldsymbol{p} = \frac{E\boldsymbol{v}}{c^2}. \tag{8}$$

Należy podkreślić, że masa m jest tą samą masą co masa cząstki w mechanice Newtona. W języku współczesnej fizyki możemy powiedzieć, że masa m jest niezmiennikiem, wielkością skalarną.

Przy przejściu z jednego inercjalnego układu odniesienia (IUO) do innego zmieniają się pęd, energia ciała, ale nie masa.

Z matematycznego punktu widzenia sprawa wygląda identycznie jak z pojęciami czasu (t) i przestrzeni [$\boldsymbol{x} = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)$]. Przy zmianie IUO zmieniają się $\boldsymbol{x}$ i t, natomiast tzw. interwał zdarzenia $s = \boldsymbol{x}^2 - c^2t^2$ jest niezmienny. Co to oznacza?

Matematycznie czas i przestrzeń są składnikami pewnego tworu, który nazwano czterowektorem

$$x^\mu = (ct, \boldsymbol{x}), \quad \mu = 0, 1, 2, 3, \tag{9}$$

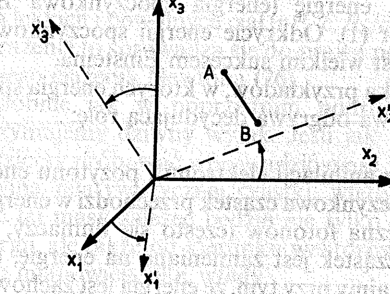
a który opisuje punkt tzw. czasoprzestrzeni. Pojęcie to wprowadził do fizyki H. Minkowski w 1909 r. Napisany powyżej interwał s jest kwadratem czterowektora, co zapisujemy następująco

$$s = x^\mu x_\mu = \boldsymbol{x}^2 - c^2t^2. \tag{10}$$

Twór ten (x^μ) może zmieniać swoje składowe (czas i przestrzeń) w zależności od tego jak na niego patrzymy, tzn. z którego IUO. Zmianę jego składowych przy transformacji IUO opisują wzory transformacyjne Fizgeralda-Lorentza [$(ct, \boldsymbol{x})$ oraz $(ct', \boldsymbol{x}')$ opisują punkty czasoprzestrzeni przy transformacji z nieprimowanego IUO do primowanego IUO poruszającego się wzdłuż osi x_1 z prędkością v względem pierwszego układu]

$$\begin{aligned} t_0' &= \gamma(t_0 + \beta x_1), \\ x_1' &= \gamma(\beta t_0 + x_1), \\ x_2' &= x_2, \\ x_3' &= x_3. \end{aligned}$$

Łatwo sprawdzić, że interwał s przy transformacji nie ulega zmianie ($s' = s$). Czas i przestrzeń są w ten sposób związane ze sobą. Mogą się zmieniać, ale tak, że zawsze przy zmianie układu $s = s'$. Aby lepiej to zrozumieć, przejdźmy do przestrzeni trójwymiarowej (ryc. 1).



Ryc. 1

Punkty A i B mają różne współrzędne w układach O i O':

[1]) „Fizyka w Szkole" 5/1992 (s. 269).

$A(x_{1A}, x_{2A}, x_{3A})$, $B(x_{1B}, x_{2B}, x_{3B})$ w układzie O, $A(x'_{1A}, x'_{2A}, x'_{3A})$, $B(x'_{1B}x'_{2B}x'_{3B})$ w układzie O'. Ale fizyczna długość odcinka AB jest niezmienna.

Obróconym względem siebie układom O i O' odpowiadają w przestrzeni Minkowskiego różne IUO, natomiast stała długość odcinka odpowiada fizycznej stałości obserwowanego układu (ciała...). Człowiek X siedzący na ławce w parku nie zmienia się tylko dlatego, że raz patrzymy na niego siedząc obok (układ spoczynkowy O), a drugim razem biegnąc obok niego z prędkością v (IUO O' poruszający się z prędkością v względem układu O).

Okazuje się, że w teorii względności energia E i pęd także tworzą czterowektor P^μ

$$P^\mu = (E/c, \boldsymbol{p}). \tag{11}$$

Odpowiednikiem długości odcinka z przestrzeni 3-wymiarowej, interwału s z przestrzeni Minkowskiego jest tutaj niezmiennik, którym jest... masa! Mianowicie (por. (7) i (10))

$$P^\mu P_\mu = (E^2/c^2 - \boldsymbol{p}^2) = m^2c^2. \tag{12}$$

Czterowektorowy formalizm jest bezsprzecznie najładniejszym opisem fizyki relatywistycznej.

Równania (7) i (8) opisują ruch cząstek w zupełnym przedziale prędkości $0 \leqslant v \leqslant c$. W szczególności, gdy $v = c$ z (8) otrzymamy

$$E = pc \tag{13}$$

Gdy wstawiamy to równanie do (7) dostrzeżemy, że cząstki poruszające się z prędkością światła c są bezmasowe i odwrotnie.

Dla masywnych cząstek, przekształcając równania (7) i (8) łatwo znajdziemy, że

$$E = mc^2\gamma, \tag{14}$$

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}\gamma. \tag{15}$$

Gdy ciało jest w spoczynku ($v = 0$), wtedy ciągle ma energię (energia spoczynkowa E_0) — wzór (1). Odkrycie energii spoczynkowej ciała jest wielkim sukcesem Einsteina.

Oto kilka przykładów, w których energia spoczynkowa odgrywa decydującą rolę:

1. Przy anihilacji elektronu i pozytonu energia spoczynkowa cząstek przechodzi w energię kinetyczną fotonów (często się tłumaczy, że masa cząstek jest zamieniana na energię, ale pamiętajmy przy tym, że energia jest zachowana).
2. W wyniku termojądrowej reakcji w Słońcu (dominujący cykl helowy)

$$2e + 4p \rightarrow {}^4He + 2\nu + E_{kin}$$

wyzwolona z połączenia dwóch elektronów i czterech protonów energia jest wynikiem ubytku masy produktów reakcji (jądro helu). Względny ubytek masy wynosi $\Delta m/m = 0.8\%$.
3. Powolny neutron uderzając w jądro U^{235} rozdziela go na dwa fragmenty z emisją 2,3 neutronów i wyzwoleniem $E_{kin} \simeq 200$ MeV. Względny ubytek masy $\Delta m/m = 0.09\%$.

W przypadkach tych energia spoczynkowa układu ciał została częściowo zamieniona na E_k produktów, co objawiło się ubytkiem masy układu. Aby podkreślić, że masa ciała zmienia się zawsze ze zmianą energii wewnętrznej ciała — ostatni przykład:

4. Stopienie pewnej ilości lodu powoduje względną zmianę masy $\Delta m/m \simeq 3.7\ 10^{-12}$.

Dlaczego w równaniu (1) piszemy m, a nie m_0 (m_0 — masa spoczynkowa)? Odpowiedź znajdziemy rozpatrując przypadek nierelatywistyczny $v \ll c$.

Energię kinetyczną ciała definiujemy jako różnicę całkowitej i spoczynkowej energii ciała

$$E_{kin} = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1). \tag{16}$$

Dla nierelatywistycznej prędkości $v \ll c$ otrzymujemy rozwijając szereg (14) i (15) w sposób naturalny równania mechaniki klasycznej

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}, \tag{17}$$

$$E_{kin} = p^2/2m = mv^2/2. \tag{18}$$

Widzimy zatem, że masa ciała m w mechanice Newtona i masa tego samego ciała w mechanice relatywistycznej są tą samą wielkością.

W podrozdziale tym przedstawiłem sposób w jaki traktuje się masę współcześnie. Cała mechanika teorii względności zawarta jest w związkach (7) i (8). Jest tylko jedna masa Newtona m. Nie ma masy relatywistycznej. Istnieją także inne przesłanki za takim właśnie traktowaniem masy, które przedstawię w podrozdziałach B i C.

B. Masa bezwładna

Przyjęło się przyjmować za jedną z cech masy, że jest ona miarą bezwładności ciała. Pod wpływem siły $\boldsymbol{F}$ ciało przyspiesza ($\boldsymbol{a}$) i przyspieszenie ciała zależne jest od masy m ciała

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = m\boldsymbol{a}, \quad \boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}. \tag{19}$$

W teorii względności natomiast $\left(\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right)$

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\gamma\boldsymbol{v}) = m\gamma\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} + m\boldsymbol{v}\frac{d\gamma}{dt} = = m\gamma\boldsymbol{a} + \frac{m\gamma^3}{c^2}\boldsymbol{v}(\boldsymbol{v}\boldsymbol{a}), \tag{20}$$

ciało więc nie jest jedynie przyspieszane wzdłuż kierunku działania siły, ale także ma składową przyspieszenia wzdłuż prędkości!

Gdy pomnożymy (20) przez $\boldsymbol{v}$ otrzymamy relatywistyczne równanie ruchu dla ciała (uogólnienie II zasady dynamiki Newtona)

$$\boldsymbol{F} - \frac{1}{c^2}(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v})\boldsymbol{v} = m\gamma\boldsymbol{a}, \tag{21}$$

Jeśli prędkość v przyspieszanej cząstki jest prostopadła do działającej siły $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{F}\perp\boldsymbol{v}$ — np. ruch cząstki naładowanej w polu magnetycznym w kierunku prostopadłym do linii tego pola $\boldsymbol{v}\perp\boldsymbol{B}$), wtedy

$$\boldsymbol{F} = m\gamma\boldsymbol{a}, \tag{22}$$

gdy natomiast $\boldsymbol{F}\parallel\boldsymbol{v}$ (np. ruch cząstki naładowanej w polu elektrostatycznym w kierunku równoległym do linii tego pola $\boldsymbol{v}\parallel\boldsymbol{E}$), wtedy

$$\boldsymbol{F} = m\gamma^3\boldsymbol{a}. \tag{23}$$

Jest to naprawdę zadziwiający wynik! Jeśli spróbujemy „klasycznie" określić „masę bezwładną" jako stosunek siły do przyspieszenia, wtedy w teorii względności masa bezwładnego ciała zależy od kierunku działania siły względem prędkości i dlatego masy nie można sensownie określić!

Zależności te znane już były przed opublikowaniem pierwszych prac Einsteina o teorii względności (1905 rok); w 1899 roku Lorentz [3] wprowadził koncepcję poprzecznej i podłużnej masy bezwładności

$$m_t = m\gamma, \tag{24}$$

$$m_l = m\gamma^3. \tag{25}$$

Mamy już trzy różne, relatywistyczne masy. Do dwóch powyższych dochodzi jeszcze trzecia opisana wzorem (6). Zależność $m = E/c^2$ po raz pierwszy wprowadził do fizyki H. Poincare w 1900 roku [4]. Rozpatrując bieg światła niosącego energię E i pęd $\boldsymbol{p}$, i wykorzystując nierelatywistyczny (!) związek na pęd $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ Poincare doszedł do wniosku, że foton posiada masę $m = E/c^2$.

We wszystkich trzech wzorach masa ciała zmienia się wraz z prędkością (energią w przypadku fotonu). Dołączymy jeszcze masę spoczynkową m_0 i mamy już cztery różne masy ciała! Zauważmy, że konflikt między (24) i (25) bierze się stąd, że w sposób siłowy chcemy nagiąć fizykę relatywistyczną do fizyki klasycznej wprowadzając pojęcie masy bezwładnej w sensie mechaniki Newtona ($\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$). Popatrzmy chłodnym okiem na wzory (22) i (23) i dostrzeżemy, że po prawej stronie równań ciągle występuje jedna masa ciała m.

C. Masa grawitacyjna

W klasycznej teorii (znowu Newton!) źródłem sił grawitacji są masy oddziałujących ciał (M, m — masy, G — stała grawitacji, $\boldsymbol{r}$ — wektor łączący te dwie masy)

$$\boldsymbol{F}_g = -\frac{GMm\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{26}$$

Okazuje się, że przyspieszenie spadającego swobodnie w polu grawitacyjnym ciała nie zależy od jego masy (indeksy g i b od słów grawitacja i bezwładność)

$$\boldsymbol{g} = \frac{\boldsymbol{F}_g}{m_b} = \frac{GMm_g}{r^3m_b}\boldsymbol{r} = -G\frac{M\boldsymbol{r}}{r^3}. \tag{27}$$

Uniwersalność g po raz pierwszy ustalił Galileusz, który dostrzegł, że przyspieszenie spadających ciał nie zależy od masy ani materiału, z którego są one zrobione. Ciekawostką jest, że dla ustalenia tego faktu Galileusz wykonał bardzo żmudne (kilka miesięcy!) doświadczenia z kulami staczającymi się z równi pochyłej, natomiast zrzucanie kul z wieży w Pizie było jedynie jego życzeniowym doświadczeniem, które urzeczywistniono później w Principiach (1687 r.).

Fakt, że g nie zależy od masy przyspieszanego ciała określa się zwykle jako równoważność masy bezwładności i grawitacji ($m_g/m_b = 1$).

W przypadku relatywistycznym źródłem siły grawitacji jest jednak bardziej skomplikowana wielkość, tzw. tensor energii-pędu. W prostszym przypadku, gdy jedno ciało ma bardzo dużą masę M i jest w spoczynku (np. Ziemia), a inne bardzo małą masę lub jest bezmasowe (np. elektron lub foton), wtedy z ogólnej teorii względności (OTW) wynika, że siła grawitacji działająca między tymi ciałami wynosi

$$\boldsymbol{F}_g = -GM\frac{E}{c^2}\left[\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)\boldsymbol{r} - \frac{1}{c^2}(\boldsymbol{r}\boldsymbol{v})\boldsymbol{v}\right]r^{-3}. \tag{28}$$

Dla lekkich i powolnych ciał ($v \ll c$, $E_0/c^2 = m$) wyrażenie to sprowadza się do prawa powszechnego ciążenia Newtona (26).

Podobnie jak w poprzednim podrozdziale otrzymujemy dziwny wynik. Jeśli jak w (26) będziemy próbować wprowadzić masę grawitacyjną relatywistycznej cząstki, wtedy wartość tej masy zależeć będzie nie tylko od jej energii, ale także od kierunku wektorów $\boldsymbol{r}$ i $\boldsymbol{v}$.

Jeśli mianowicie $\boldsymbol{v}\parallel\boldsymbol{r}$, wtedy

$$m_g = E/c^2$$

gdy natomiast $\boldsymbol{v}\perp\boldsymbol{r}$ ($\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{v} = 0$), wtedy

$$m_g = E/c^2\left(1+\frac{v^2}{\ }\right).$$

Wynik dla fotonu ilustruje rycina 2($v_\gamma = c$). Trudno jest więc mówić o masie grawitacyjnej fotonu, jeśli foton poruszający się w kierunku masy M ma połowę tej masy jako ma, gdy porusza się równolegle do niej. Przy okazji, wynik $m_\gamma = 2E/c^2$ wykorzystał Einstein przy przewidywaniu odchylenia kierunku promieni świetlnych przy przejściu w pobliżu Słońca, co zostało potwierdzone w słynnej obserwacji zaćmienia Słońca w 1919 roku. Początkowo Einstein przewidział dwukrotnie mniejsze odchylenie promienia świetlnego, ponieważ przyjął hipotezę relatywistycznej masy fotonu (Poincare) $m = E/c^2$, ale do tego ciekawego zdarzenia jeszcze powrócimy.

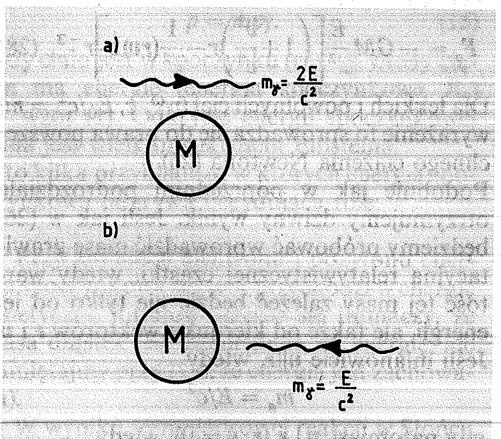
III. Masa i energia w pracach Einsteina

Ciekawostką jest jak zmieniało się podejście Einsteina do masy i energii. W swojej pierwszej pracy z 1905 roku [5] Einstein użył (jak wszyscy w tym czasie) pojęcia mas poprzecznej i podłużnej, ale wzór na energię kinetyczną W ciała napisał w postaci

$$W = \mu v^2 \left\{ \frac{1}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{1/2}} - 1 \right\},$$

gdzie μ, v — masa i prędkość ciała, c — prędkość światła; Einstein nie użył pojęcia „masy spoczynkowej”.
W tym samym roku, w innej pracy [6] pisze: „masa ciała jest miarą energii w nim zawartej”, a zmiana tej energii powoduje zmianę masy ciała

$$\Delta m = \frac{\Delta E_0}{c^2}.$$



Ryc. 2. Masa fotonu zależy od tego w jakim kierunku porusza się on względem masy M.

Sytuacja stała się mniej oczywista w 1906 roku. Przypominając pracę H. Poincarego z 1900 roku, Einstein proponuje, by każdej energii odpowiadała masa E/c^2 (nasunęło mu to myśl, że foton mający energię jest masowy, a więc powinien być przyciągany siłami grawitacji przez masywne ciała) [7]. Z kolei w książce z 1922 roku *The meaning of Relativity* Einstein stosuje już czterowymiarowy formalizm i wraca do wzoru $E_0 = mc^2$ pisząc: „energia E_0 ciała w spoczynku jest równa jego masie”. Bezpośrednio po wzorze $E_0 = mc^2$ czytamy: „masa i energia są dlatego jednakowe; są to tylko różne wyrażenia dla tej samej rzeczy. Masa ciała nie jest stała; zmienia się wraz ze zmianą jego energii”.
Słowa te dotyczą oczywiście powyższego wzoru, dlatego zależność masy od prędkości nie pojawia się w tej książce.
W roku 1948 Einstein pisze w liście do L. Barnette'a: „Nie jest zbyt dobrze wprowadzać pojęcie masy $M = m/(1-v^2/c^2)^{1/2}$ poruszającego się ciała, dla którego nie można podać żadnej czytelnej definicji. Lepiej jest nie wprowadzać żadnej innej masy niż „masa spoczynkowa” m. Zamiast wprowadzać masę M lepiej jest użyć wyrażenia na pęd i energię ciała w ruchu (wzory (7) (8) — *J. G.*)”.

IV. Jak rozwiązali problem inni fizycy?

Wspomniałem już wcześniej o pracach Lorentza, Poincarego a nawet Einsteina, w których pojawiły się różne pojęcia masy i energii. Dużą rolę w powszechnym przyjęciu mylącej koncepcji masy relatywistycznej $m = m_0\gamma$ odegrali P. C. Tolman i G. Lewis [8], którzy wyrazili ten związek wychodząc z klasycznej relacji na pęd $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Podobnie jak W. Pauli w książce *The Theory of Relativity* [9], na której wychowało się wielu fizyków odrzuca wprawdzie pojęcia masy podłużnej i poprzecznej, ale zachowuje masę spoczynkową m_0 i relatywistyczną $m = m_0\gamma$, łącznie z relacją $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Jedną z pierwszych prac, w której teoria względności została wyłożona w sposób konsekwentnie relatywistyczny była książka Landaua i Lifszyca [10]. Ciągle jednak w większości książek znaleźć można rażące niedociągnięcia. Należy podkreślić, że współczesne prace naukowe wydawane przez renomowane pisma „Physical Review”, „Nuclear Physics”, „Physics Letters”... pisane są w formaliźmie czterowektorów, gdzie pojawiają się tzw. lorentzowsko kowariantne równania. Oczywiście nie istnieje tutaj żadna masa relatywistyczna.

V. Podsumujmy, dlaczego wielkości E/c^2 nie powinno się kojarzyć z masą?

Pewnie niejeden stwierdzi: co przeszkadza pojęcie relatywistycznej masy i masy spoczynkowej, czy jest o co kruszyć kopię? Przecież inżynierowie i tak dobrze zbudują akcelerator, fizycy zajmujący się cząstkami elementarnymi poprawnie obliczą wszelkie szukane wielkości nie kłopocząc się wcale o sens fizyczny jaki przedstawiają używane równania. Oczywiście, możemy wykorzystać wzory matematyczne bez zastanowienia się nad ich sensem, ale...
Po pierwsze — Niezrozumiałe do końca koncepcje mogą prędzej czy później doprowadzić do złych rezultatów (nieznane zjawiska).
Po drugie — Przejrzyste rozumienie prostych, podstawowych i dlatego pięknych idei nauki jest ważniejsze od bezmyślnego stosowania liczb w równaniach,
Po trzecie — Używając wzoru $E = mc^2$ ukrywamy, że formuła ta jest oparta na newtonowskiej definicji pędu $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. Zakładamy w ten sposób, że klasyczna definicja pędu stosuje się także w fizyce relatywistycznej.
Po czwarte — Tworzymy iluzję, że E/c^2 jest uniwersalną miarą bezwładności i proporcjonalności masy do γ ($m = m_0\gamma$); jest odpowiedzialna za niemożliwość rozpędzenia masywnego ciała do prędkości światła c!
Jest to bardzo interesujący problem, szczególnie eksponowany w literaturze popularnonaukowej. W jednej z takich książek (L. Infeld: *Albert Einstein*) czytamy: „Gdy prędkość (ciała — *J. G.*) jest bardzo bliska prędkości światła, masa bezwładna musi być tak wielka, by żadna siła nie mogła uczynić prędkości większą od prędkości światła. Masa ciała, którego prędkość zbliża się do prędkości światła staje się według teorii względności nieskończenie wielka!” [11]. Jeśli przyjmiemy definicję relatywistycznej masy $m_{rel} = m_0\gamma$, wtedy

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} = \frac{F}{m_0\gamma}$$

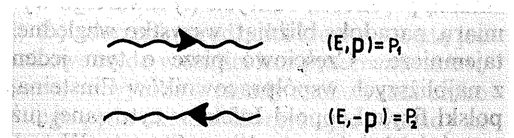
i całkując to równanie ($F = \mathrm{const}$)

$$\int_0^c dv\,(1-v^2/c^2)^{-1/2} = \frac{1}{m_0}\int_0^T dt\,F$$

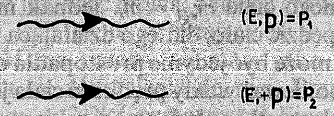
otrzymamy czas T, w którym ciało uzyska prędkość c!

$$T = \frac{\pi m_0 c}{2F}.$$

To, że rzeczywiście masywnego ciała nie można rozpędzić do prędkości c należy uzasadnić inaczej. Z wzorów (6), (14) i (24) wynika, że dla masywnego ciała $m_{rel} = m_t$. Jednak my chcemy rozpędzić ciało, dlatego działająca na ciało siła nie może być jedynie prostopadła do prędkości, ponieważ wtedy prędkość ciała jest stała (np. ruch cząstki naładowanej w kierunku prostopadłym do linii pola magnetycznego).
Ani m_{rel}, ani m_t nie mogą być prawidłowo zastosowane, musi istnieć składowa siły wzdłuż prędkości ciała, a więc także masa podłużna $m_l = m_0\gamma^3$ (właśnie ta masa daje wynik $T = {}^{\nu}$ — proszę sprawdzić).
Masywne ciało nie może uzyskać prędkości c. Jednak to, że wraz ze wzrostem prędkości ciała rośnie jego masa jest iluzją — sytuacja z rozpędzonym ciałem wygląda następująco. Rzeczywiście wydaje się, że zwiększając swoją energię kinetyczną podczas przyspieszenia ciało zwiększa swój opór stawiany rozpędzającej sile, zwiększa swoją masę. Efekt ten związany jest z dylatacją czasu. Działającej, stałej sile zabiera więcej czasu przyspieszenie ciała przy większej prędkości niż przy mniejszej. Z naszego punktu widzenia czas szybko poruszającej się cząstki ulega dylatacji (wydłużeniu) i dlatego, gdy ciało zwiększa prędkość, to proporcjonalnie potrzebne są dłuższe odcinki czasu na wytworzenie tych samych efektów. Wydaje się nam, że opór bezwładnościowy stawiany przez przyspieszane ciało działającej sile rośnie.
Po piąte — Tworzymy iluzję, że E/c^2 jest uniwersalną miarą masy grawitacyjnej. Foton, który ma różną masę grawitacyjną w zależności od kierunku wektora prędkości najdobitniej rozwiewa takie stwierdzenia.
Po szóste — Przyjmując formułę $E = mc^2$ ukrywamy sensowną fizycznie formułę $E_0 = mc^2$, skłaniamy się do zaakceptowania całkowitej równoważności masy i energii ciała, dajemy pożywkę pseudofilozofom, którzy mówią o jednej substancji „masa-energia”.
Każdej masie odpowiada energia, ale nie każdej energii odpowiada masa. Wyobraźmy sobie na przykład układ dwóch identycznych fotonów poruszających się względem siebie w tym samym (przypadek a — ryc. 3), przeciwnym (przypadek b — ryc. 4) kierunku. W układzie środka masy (CM) fotonów całkowita energia i pęd układu wynoszą



Ryc. 3



Ryc. 4

Przypadek a

$$E_{2\gamma} = E+E = 2E,$$

$$p_{2\gamma} = p+p = 2p,$$

stąd (korzystamy z (13))

$$m_{2\gamma} = \left[\frac{E_{2\gamma}^2}{c^4} - \frac{p_{2\gamma}^2}{c^2}\right]^{1/2} = 0$$

Przypadek b
Jak poprzednio

$$E_{2\gamma} = 2E$$

$$p_{2\gamma} = 0$$

stąd

$$m_{2\gamma} = 2E/c^2.$$

Widzimy zatem, że nie zawsze energii odpowiada masa. W pierwszym przypadku fotony tworzą układ „bezmasowy", w drugim „masowy".
Po siódme — (to dotyczy nauczycieli fizyki). Jeśli będziemy uczyć relacji $m(v) = m_0\gamma$, wtedy w przyszłości, przy dokładniejszym studiowaniu teorii względności narobimy swoim uczniom niezłego mętliku w głowie!

VI. Wzór $E = mc^2$ w literaturze popularnonaukowej

Dlaczego wzór $E = mc^2$ stał się tak bardzo popularny? Wydaje się, że szczególną rolę odegrała tutaj tania, powierzchowna popularyzacja głównych ideii Einsteina po 1920 roku (do tego czasu — 15 lat! — teoria względności była znana głównie niemieckim fizykom i matematykom). W 1919 roku zaobserwowano odchylenie kierunku promieni świetlnych biegnących w pobliżu Słońca. Potwierdzono doświadczalnie jedno z dziwnych przewidywań teorii względności. Przekonano się, że nie są to jedynie spekulacje teoretyczne. Zmiana rytmu upływu czasu, wymiarów i masy ciała wraz ze zmianą prędkości, odkrycie (?) czwartego wymiaru, paradoks bliźniąt, wszystko względne, tajemnicze... Częściowo pisze o tym jeden z najbliższych współpracowników Einsteina, polski fizyk Leopold Infeld w cytowanej już wcześniej książce pt. *Albert Einstein*. W tym czasie w pierwszych dekadach naszego stulecia teoria względności stała się w powszechnej świadomości wręcz czymś mistycznym. Drukowano setki książeczek, broszur, odbywały się odczyty. To wtedy zrodził się nimb fizyka teoretyka, nimb zwariowanego, oderwanego od rzeczywistości Einsteina. Nie było chyba w historii nauki człowieka, który równie silnie pobudziłby fantazję ludzi. Ludzie wchłaniali tę ideę jak sucha gąbka wodę. Do odczytów takich namawiano także Einsteina. Do czego popularyzacja nauki może prowadzić?
Utkwiła mi w pamięci anegdota opisana przez L. Infelda. Podczas jednego z odczytów Einsteina bawił się leżącym na stole prętem. Jedna ze słuchaczek szepnęła do siąsiadki „Dlaczego on nie położy tego pręta?" Gdy Einstein gestykulując pokazywał jak pręt się porusza i kurczy, pani wyszeptała z ulgą „Nie wiedziałam, że to jest ten kurczący się pręt!"
Popularyzacja nauki ma chyba swoje granice. Nie może być łatwa i przyjemna. Łatwo można podać jedynie banały. Nowe, istotne koncepcje wymagają wysiłku nie tylko od piszącego, ale także od czytelnika. Ciekawym przykładem popularyzacji nauki jest traktująca o bardzo trudnym temacie czasu książka Stephena Hawkinga *Krótka historia czasu*. Na wstępie deklaruje, że aby nie zrazić czytelnika do lektury, w książce nie pojawił się żaden wzór. Z jednym wyjątkiem. Oczywiście chodzi o wzór $E = mc^2$!... No comments.

VII. Polska literatura traktująca o teorii względności

Niestety, w każdym podręczniku szkolnym, znajdziemy pojęcia masy relatywistycznej oraz wzór $E = mc^2$. Mówi się o całkowitej równoważności masy i energii. Podręczniki akademickie — ta sama sytuacja. Także w najnowszym polskim kursie fizyki [12] wprowadzona jest idea masy relatywistycznej (t. I, s. 276). Na stronie 478 koncepcję masy relatywistycznej uzasadnia się „wzorując na tradycyjnym doświadczeniu myślowym Tolmana".
W tomie II (s. 280) autorzy rozpatrują spadek swobodny fotonów w ziemskim polu grawitacyjnym przyjmując masę grawitacyjną fotonu $m_\gamma = E/c^2$ i otrzymują oczywiście poprawne rezultaty (ryc. 2b), a następnie zajmują się zakrzywieniem promieni świetlnych biegnących w pobliżu Słońca. Tutaj otrzymane odchylenie z masą fotonu $m_\gamma = E/c^2$ jest dwukrotnie mniejsze od poprawnego, co trudno wytłuma-

Dokończenie art. na III s. okł.

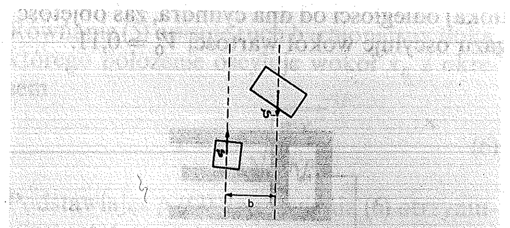
DR WŁODZIMIERZ UNGIER
KRZYSZTOF KARPIERZ
Warszawa — KGOF

XLII Olimpiada Fizyczna
Zawody III stopnia

ZADANIA TEORETYCZNE

Zadanie 1

Po płaskim, poziomym stole ślizgają się bez tarcia dwa różne płaskie klocki o jednakowych masach m. Początkowo klocki przemieszczają się ruchem postępowym (bez obrotów) tak, że ich środki mas poruszają się z jednakowymi prędkościami v po równoległych liniach prostych. Odległość między tymi prostymi wynosi d. Rycina 1 przedstawia jedną z możliwych konfiguracji klocków.



Ryc. 1

W pewnym momencie następuje doskonale sprężyste zderzenie klocków. Po zderzeniu klocki wykonują ruch postępowo-obrotowy nadal ślizgając się po powierzchni stołu. Prędkość kątowa pierwszego klocka wynosi ω_1, zaś prędkość kątowa drugiego wynosi ω_2. Momenty bezwładności klocków względem osi pionowych przechodzących przez środki mas klocków wynoszą odpowiednio I_1 i I_2.
1) Wykaż, że moment pędu klocka względem dowolnego, ustalonego punktu stołu jest równy sumie momentu pędu środka masy klocka względem tego punktu oraz momentu pędu klocka względem jego środka masy.
2) Oblicz odległości d' między prostymi, po których poruszają się środki mas klocków po zderzeniu.
3) Przyjmując, że po zderzeniu wartości prędkości pierwszego klocka wynosi $v/\sqrt{2}$, zaś drugi klocek nie wykonuje obrotów, podaj i zinterpretuj (naszkicuj) zależność d' od d.

Rozwiązanie

1) Niech $\boldsymbol{r}_i$ i $\boldsymbol{r}'_i$ oznaczają odpowiednio wektory wodzące punktów materialnych o masach m_i w układzie związanym ze stołem i w nieobracającym się układzie środka masy klocka. Wtedy $\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{R}+\boldsymbol{r}'_i$ i $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{V}+\boldsymbol{v}'_i$, gdzie $\boldsymbol{v}_i = d\boldsymbol{r}_i/dt$ i $\boldsymbol{v}'_i = d\boldsymbol{r}'_i/dt$, zaś wektory $\boldsymbol{R}$ i $\boldsymbol{V}$ odnoszą się do środka masy. Moment pędu wyraża się wzorem

$$\boldsymbol{J} = \sum_i m_i\boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{v}_i = \sum_i m_i\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{V} +$$
$$+\sum_i m_i\boldsymbol{r}'_i \times \boldsymbol{V} + \sum_i m_i\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{v}'_i + \sum_i m_i\boldsymbol{r}'_i \times \boldsymbol{v}'_i =$$
$$= M\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{V} + I\omega, \qquad (1)$$

gdzie skorzystaliśmy z równości

$$\sum_i m_i\boldsymbol{r}'_i = 0 \quad \text{(środek masy)}$$

i z jej pochodnej

$$(d/dt)\sum_i m_i\boldsymbol{r}'_i = \sum_i m_i\boldsymbol{v}'_i = 0.$$

$\sum_i m_i = M$ jest całkowitą masą klocka, zaś I — jego momentem bezwładności względem przechodzącej przez środek masy osi obrotu, określonej przez prostopadły do powierzchni stołu wektor prędkości kątowej $\vec{\omega}$. Ponieważ wektory $\boldsymbol{r}'$ i $\boldsymbol{v}'$ są wzajemnie prostopadłe i oba leżą w płaszczyźnie stołu, ich iloczyn wektorowy $\boldsymbol{r}'_i \times \boldsymbol{v}'_i$ jest skierowany zgodnie z $\vec{\omega}$. Wartość prędkości $v'_i = |\omega| r'_i$, zatem

$$\sum_i m_i\boldsymbol{r}'_i \times \boldsymbol{v}'_i = \sum_i m_i r'^2_i \vec{\omega} = I\vec{\omega}. \qquad (2)$$

2) Po zderzeniu prędkości klocków będą jednakowe co do wartości lecz przeciwnie skierowane, co wynika z zasady zachowania całkowitego pędu układu. Korzystając z zasady zachowania energii i momentu pędu układu dwóch klocków otrzymujemy równania